Le temps du mouvement : une archéologie conceptuelle vygotskienne

Luis Radford, George Santi

Dans Raisons éducatives 2025/1 N° 29, pages 87 à 111
Éditions Université de Genève

ISSN 1375-4459
ISBN 9782940655243
DOI 10.3917/raised.029.0087

doi.org/10.3917/raised.029.0087

Le temps du mouvement : une archéologie conceptuelle vygotskienne

Luis Radford

Université Laurentienne, Canada

George Santi

Université de Pavie, Italie

RÉSUMÉ – Dans cet article, nous abordons le concept de temps dans les problèmes de mouvement en mathématiques. Nous étudions la manière dont de futurs enseignants et futures enseignantes essaient de donner un sens aux procédures de résolution de problèmes issu de manuscrits mathématiques des XIII[e] et XIV[e] siècles où le temps apparait encore comme entité non quantifiable. Dans une perspective d'archéologie conceptuelle vygotskienne, nous nous intéressons à la reconnaissance que font les futures enseignantes et futurs enseignants des traits conceptuels fondamentaux qui sous-tendent le temps dans ces problèmes historiques et aux possibles mises en correspondance qu'ils établissent avec le concept moderne de temps, correspondance qui pourrait aider à enrichir la compréhension mathématique-scientifique du temps.

MOTS-CLÉS – Vygotski, théorie de l'objectivation, épistémologie, concept de temps, didactique des mathématiques.

POUR CITER CET ARTICLE – Radford, L., & Santi, G. (2025). Le temps du mouvement : une archéologie conceptuelle vygotskienne. *Raisons éducatives*, *29*, 87–111. https://doi.org/10.3917/raised.029.0087

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

À l'école, le temps en tant qu'objet d'étude apparait à travers plusieurs problématiques générales. L'une d'elles concerne le temps comme chronologie, c'est-à-dire l'indexation historique des évènements selon la mesure du temps (siècles, années, mois, semaines, heures, etc.). Une autre problématique, plus spécifiquement liée aux mathématiques, porte sur le temps comme concept imbriqué dans des problèmes de mouvement. C'est cette seconde dimension du temps qui nous intéresse dans cet article. Nous nous proposons d'examiner la manière dont des futurs enseignants et futures enseignantes de mathématiques parviennent à reconnaitre des traits conceptuels fondamentaux qui sous-tendent le concept de temps dans des problèmes de mouvement. Pour ce faire, nous nous appuierons sur des problèmes provenant de manuscrits mathématiques des XIII^e^ et XIV^e^ siècles où le temps apparait comme entité non quantifiable. Nous nous intéressons en particulier aux possibles mises en correspondances que les futures enseignantes et futurs enseignants établissent entre le concept moderne du temps et le concept mathématique prémoderne du temps, quand celui-ci n'était pas encore conçu comme un objet mesurable.[1]

On peut poser la question : que gagne-t-on en procédant de la sorte ? Qu'apprend-on en faisant appel au concept de temps avant sa quantification ? Plus généralement, qu'apprend-on en faisant appel à l'histoire du savoir ? Piaget et Garcia (1989) remarquaient déjà que l'étude de la formation historique du savoir offre des pistes pour la compréhension du savoir lui-même, car celui-ci « ne peut pas être dissocié de son contexte historique » (p. 7). Elle peut également apporter des éléments de réponse aux questions concernant l'acquisition du savoir chez les élèves (Brousseau, 1989 ; Glaeser, 1981) et contribuer à la réflexion didactique en général (Barbin, 2022 ; Guillemette & Radford, 2022). Cependant, l'apport de l'histoire du savoir à l'acquisition de celui-ci repose, entre autres, sur la manière dont le savoir et son développement historique sont conçus. Dans cet article, nous adoptons une approche d'*archéologie didactique vygotskienne.*

Une archéologie didactique vygotskienne

Par archéologie didactique vygotskienne, nous entendons un travail d'épistémologie historique à visée didactique et dont le but est de mettre en évidence la manière dont un objet du savoir (dans notre cas, le temps) était conçu à un ou à des moments historiques précis. Elle est appelée vygotskienne car elle s'appuie sur une conception du savoir que Vygotski emprunte à Hegel et qui s'oppose à celle de Piaget et Garcia (1989), où le savoir est perçu comme dirigé par sa propre « logique interne » (p. 264) se manifestant dans des mécanismes universels de sa production, qui seraient

1. Nous suivons ici la datation générale qui place le début de la modernité à la fin du XV^e^ siècle.

l'assimilation et l'accommodation. Ce qu'on voit donc dans le développement ontogénétique de l'individu n'est qu'une répétition, une récapitulation, non pas de contenus, mais de cette logique interne universelle. Selon Piaget et Garcia, c'est justement l'omniprésence de cette logique interne qui expliquerait que l'on voit à l'œuvre « les mêmes processus cognitifs dans toutes les différentes périodes de l'histoire humaine et chez tous les enfants » (p. 266).

Vygotski, s'inspirant de Hegel, propose une vision alternative de la manière dont le savoir est construit et produit. Selon lui, le savoir et sa production ne sont pas universels, mais plutôt imbriqués dans leur contexte historique et culturel (Vygotsky, 1997). Le savoir se construit localement par l'entremise d'une dialectique coconstitutive de l'objet pensé et de la pensée qui pense l'objet ; une dialectique qui ancre l'histoire et la culture dans le devenir du savoir et de l'être (Radford, 2021). Le savoir apparait ainsi dépourvu de la transcendance culturelle que lui confèrent Piaget et Garcia ; il est conçu comme une entité immanente au processus historicoculturel de sa production.

La visée didactique de cette archéologie prend son sens et sa fonction dans l'idée d'apprentissage que nous avons élaborée dans notre travail (Radford, 2021 ; Radford & Santi, 2022). Dans celui-ci, apprendre est conçu comme une rencontre avec un savoir produit historiquement et culturellement. Cette rencontre se déroule au sein de processus de prise de conscience (processus d'objectivation) qui sont sociaux, critiques, réflexifs, matériels et corporels, au cours desquels la logique culturelle du savoir en question prend sens pour les individus. Plutôt que passive, cette rencontre est créatrice de sens et de nouvelles idées.

Or, comme l'affirmait Vygotski (2019), le savoir que les individus rencontrent apporte avec lui, sous une forme sédimentée, les vestiges de ses formations conceptuelles antérieures. Nous défendons l'idée que prendre conscience de ces formations conceptuelles antérieures du savoir peut enrichir l'apprentissage.

Vue de cet angle, l'archéologie didactique vygotskienne se présente donc comme une composante organisatrice du contenu de l'activité d'enseignement-apprentissage. En suivant les principes de la théorie de l'objectivation (Radford, 2021), ce n'est pas l'action de l'élève qui est considérée comme l'unité d'analyse, mais l'activité collective d'enseignement-apprentissage. C'est ainsi que, avant d'examiner la manière dont des futurs enseignants et futures enseignantes des mathématiques rencontrent des formes conceptuelles sédimentées du temps et tentent de reconnaitre des traits conceptuels fondamentaux qui sous-tendent le concept moderne de temps, nous procèderons à une réflexion épistémologique sur le temps.

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

Du temps comme rythme au temps bourgeois

À Gênes, le juriste Guglielmo da Sori écrit un testament se basant sur des faits rapportés par un témoin concernant la répartition de biens laissés par un Génois juste avant sa mort. Le document porte la date du 22 avril 1201. Quant à l'heure, da Sori écrit « *inter terciam et nonam* », c'est-à-dire « entre tierce et none » ou entre le milieu de la matinée et midi (Epstein, 1988, p. 253).

Comme le note Steven Epstein (1988) dans son étude sur le sens du temps dans la Gênes médiévale, les calendriers fournissaient l'année, le mois et le jour, mais pas l'heure. Epstein s'interroge : « Comment les gens savaient-ils l'heure ? » Il répond : « Ils ne le savaient pas ou ils ne s'en souciaient pas » (p. 242).

L'élucidation du temps, la détermination de sa nature et les formes de son calcul n'étaient pas présentes dans le contexte socioculturel des activités médiévales. Les gens vivaient soumis au cycle des saisons. Le temps ecclésiastique marquait les heures canoniques : prime correspondait au début de la journée ou à la première heure ; tierce au milieu de la matinée ; none à la mi-journée ; vêpres correspondait au milieu de l'après-midi et complies à la fin de la journée.

L'unité de temps de travail était la journée, définie par le lever et le coucher du soleil. Comme les heures dépendent du lever du soleil, leur durée varie en fonction des saisons. Le temps de travail, note Le Goff (2013),

> est celui d'une économie encore dominée par les rythmes agraires, exempte de hâte, sans souci d'exactitude, sans inquiétude de productivité – et d'une société à son image, *sobre et pudique*, sans grands appétits, peu exigeante, peu capable d'efforts quantitatifs.

Les horloges mécaniques, les cadrans solaires et les sonneries de cloches semblent avoir été les principales méthodes utilisées pour marquer l'heure d'une manière approximative. Le temps était donc un élément médiatisé par des expériences auditives et visuelles. En tout état de cause, il n'était pas ressenti et exprimé numériquement. Les recherches d'Epstein montrent que les notaires ont commencé à enregistrer l'heure dans les documents juridiques, mais toujours de la manière la plus approximative possible à cette période historique (par exemple, « entre tierce et none », dans l'acte notarié mentionné ci-dessous ou « un peu après tierce », comme c'est le cas dans d'autres actes).

Mais au XII^e^ siècle, la conception du temps a changé dans de nouvelles directions, lorsque les marchands ont eu besoin d'une mesure plus fine du temps pour leurs activités. Un contrat entre entre deux commerçants de l'époque mentionne clairement la date de l'entente :

> Témoin : Simone Bucuccio, Ogerio, Peloso, Ribaldo di Sauro et Genoardo Tosca. Stabile et Ansaldo Garraton ont formé une « societas » dans laquelle, suivant leurs déclarations, Stabile a apporté une contribution de 88 lires, et Ansaldo 44 lires. Ansaldo emporte ce capital, pour le faire fructifier, à Tunis ou partout ailleurs où doit aller le vaisseau qu'il prendra [...] À son retour, il remettra les bénéfices à Stabile ou à son représentant pour le partage. Déduction faite du capital, ils diviseront les profits par moitié. Fait dans la maison du Chapitre, le 29 septembre 1163. (Le Goff, 1986, pp. 20-21)

Peu à peu, les marchands ont pris conscience que gagner de l'argent nécessitait une utilisation rationnelle du temps. Un sens de la planification stricte et minutieuse est apparu afin de maitriser l'intervalle entre la conception d'une entreprise et son exécution pour en tirer le plus grand profit possible. Le temps de l'Église et ses heures canoniques étaient, bien entendu, mal adaptés à la complexité croissante de la nouvelle vie économique. La journée en tant qu'unité de temps n'était plus appropriée, car il était clair que des décisions importantes prises à un certain moment de la journée plutôt qu'un peu plus tard pouvaient faire et défaire des fortunes. Apparait ainsi ce que Le Goff (2013) appelle le *temps bourgeois*.

Le temps mathématique prémoderne

C'est dans l'esthétique du temps – c'est-à-dire, le temps ressenti comme expérience culturelle sensible, auditive et visuelle organisatrice de la vie – que, au Moyen Âge et au début de la Renaissance, le temps apparait dans les problèmes mathématiques du mouvement.

Un problème datant du VIIIe siècle, historiquement considéré comme le premier dans son genre, rédigé par Alcuin de York, l'une des principales figures de la réforme éducative de Charlemagne, dit ceci :

> Il y a un champ de 150 pieds de long. À une extrémité se trouve un chien et à l'autre un lièvre. Le chien court après le lièvre. Le chien parcourt 9 pieds en un saut, tandis que le lièvre parcourt 7 pieds. Combien de pieds seront parcourus par le chien et le lièvre avant que le lièvre ne soit saisi ? (Alcuin, 2005, p. 68)[2]

Le problème nous laisse entrevoir la manière dont, à cette époque du Moyen Âge, la vitesse et le temps sont devenus, par l'entremise du mouvement, des objets de recherche et de discours mathématique. L'énoncé du problème révèle la dimension phénoménologique prégnante d'un monde qui n'est pas encore envahi par les horloges qui mesurent le temps avec une

2. Les traductions dans cet article sont libres.

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

grande précision numérique. L'espace est mesuré en « pieds », c'est-à-dire une forme déjà abstraite qui conserve son contenu incarné. La vitesse évoque la relation spatiale entre le mouvement d'un individu et son environnement. Le temps n'est pas explicitement mentionné dans le problème. Pour comparer la vitesse du chien et celle du lièvre, Alcuin a recours à la notion de *saut*. En un saut, le chien parcourt 9 pieds, alors que le lièvre en parcourt 7.

Comment alors, sans faire explicitement appel à l'idée de temps, résoudre ce problème ?

Passons à la solution. Alcuin dit :

> La longueur du champ est de 150 pieds. Prenez la moitié de 150, soit 75. Le chien fait un saut de 9 pieds. 75 fois 9 font 675 ; c'est le nombre de pieds que le chien parcourt avant de saisir le lièvre entre ses dents. Comme le lièvre parcourt 7 pieds en un saut, multipliez 75 par 7, ce qui donne 525. C'est le nombre de pieds que parcourt le lièvre avant d'être rattrapé. (Alcuin, 2005, p. 68)

Le problème est posé en termes de sauts. Or, s'agit-il des sauts du chien ou des sauts du lièvre ? La solution du problème montre que le saut (*saltu* en latin) est à la fois celui du chien et celui du lièvre. Le saut *coordonne* le mouvement de ces animaux à l'instar d'une claque des mains qui coordonne les diverses actions des musiciens d'un orchestre. Le temps n'apparait donc dans le problème que de manière *oblique*. Après chaque saut, le chien se rapproche du lièvre de 2 pieds. Mais la distance qui les sépare est de 150 pieds. Le premier calcul de la solution (c'est-à-dire la moitié de 150) correspond ainsi au nombre de sauts requis pour que le chien rattrape le lièvre. Il faudra donc 150 ⁄ 2 = 75 sauts. Ce nombre de sauts est ensuite multiplié par les 9 pieds que le chien parcourt en un saut l'expression médiévale de la « vitesse » puis par 7, c'est-à-dire le nombre de pieds que le lièvre parcourt en un saut. Les nombres obtenus sont les distances parcourues par chaque animal.

Mentionnons un autre problème, qui est d'ailleurs celui que nous avons posé aux futurs enseignants et futures enseignantes dont les réponses seront analysées plus bas. Il s'agit d'un problème du XIVᵉ siècle qui apparait dans un manuscrit italien écrit par Paolo dell'Abbaco.

> Un renard se trouve à 40 pas devant un chien, et 3 pas de ce dernier sont 5 pas du premier. Je demande en combien de pas le chien rattrapera le renard. (dell'Abbaco, in Arrighi, 1964, p. 78)

Le temps ne figure pas de manière explicite. Il est mentionné *implicitement* à travers le mouvement. Nous constatons donc une similarité avec le problème d'Alcuin. Mais il y a aussi une différence : dans le problème de dell'Abbaco, l'idée de saut n'existe pas. Pour exprimer le temps, dell'Abbaco utilise le terme « pas » (*paxxj*), qui a deux sens. Tout d'abord, il est utilisé pour mesurer l'espace (comme Alcuin utilisait les « pieds » dans le problème discuté ci-dessus). C'est ce sens qui apparait dans l'énoncé du problème : 40 pas séparent le renard et le chien. Il s'agit de pas au sens de la mesure, ce que Heidegger exprimait en disant que c'est « la manière dont l'être humain se mesure avec les choses » (Heidegger, 2001, p. xxvi). Deuxièmement, le « pas » est utilisé dans le sens d'un *contrepoint* d'évènements réapparaissant (une sorte de pendule, pour ainsi dire). Ce second sens de « pas » n'est pas clair dans l'énoncé du problème. Il n'est révélé que dans la solution. Examinons la solution de dell'Abbaco :

> Procédez ainsi : si 3 vaut 5, combien vaut 5 ? Multipliez 5 par 5, soit 25, et divisez par 3, vous obtiendrez 8 1/3. Vous pouvez maintenant dire : pour chaque 5 de ces [pas] du chien, vous avez 8 1/3 [pas] du renard ; le chien s'approche donc du renard de 3 1/3 [pas du renard]. En combien de pas va-t-il [le chien] l'atteindre [le renard] en [parcourant] 40 pas ? Dites ensuite : si 5 valent 3 1/3, pour 40, combien en aurai-je ? Multipliez 5 par 40, soit 200, et divisez par 3 1/3. Ramenez [c'est-à-dire réduisez] au tiers, donc multipliez 3 par 200, ce qui fait 600, et divisez par 3 1/3, soit 10/3, puis divisez 600 par 10, cela donne 60. Et le chien fera 60 pas avant d'atteindre le renard. Et c'est fait. Et la preuve, c'est qu'en 60 pas le renard fait 60, et que le chien en 60 pas vaut 100 [c'est-à-dire que 60 pas du chien valent 100 pas du renard], parce que trois de ses [pas du chien] valent 5 [du renard] ; donc 60 pas [du chien] valent bien 100 [du renard]. C'est fait. (Arrighi, 1964, p. 78)

Dans la première partie, dell'Abbaco s'appuie sur la donnée de départ : 3 pas de chien sont égaux à 5 pas de renard (si C représente le pas du chien et R le pas du renard, nous aurions 3C = 5R). Il calcule ensuite 5C. Il trouve que 5C = $8\frac{1}{3}$ R. Maintenant, nous devons voir le pas dans le deuxième sens : dell'Abbaco suppose que si le chien fait 5 pas, le renard fait également 5 pas (nous avons ici le pas comme marqueur de comptage des mouvements du chien et du renard). En revenant au premier sens du pas (le sens spatial), il peut affirmer que le renard a parcouru 5 pas de renard et en déduire que, en 5 pas, la distance entre le renard et le chien diminue de (3 + 1/3) pas du renard. Sachant que 40 pas de renard les séparent, et continuant à utiliser la règle de trois, dell'Abbaco conclut que le chien devra parcourir 60 pas de renard pour atteindre le renard. Dans la preuve qu'il ajoute à la fin du problème, nous voyons clairement le deuxième sens du mot pas : « Et la preuve est qu'en 60 pas [60 tics du pendule] le renard fait 60 » [pas de renard] (le pas compris comme distance).

L'activité d'enseignement-apprentissage

Notre cadre théorique de référence est celui de la théorie de l'objectivation (Radford, 2021). Dans cette théorie, l'activité d'enseignement-apprentissage

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

comporte une *tâche*, c'est-à-dire une série de problèmes et des questions disciplinaires, en l'occurrence des questions mathématiques. Comme nous l'avons mentionné dans une section précédente, l'*archéologie didactique vygotskienne* se présente comme une composante organisatrice du contenu de l'activité d'enseignement-apprentissage. Elle offre un support à la conception de la tâche, le principe de base étant l'idée hégélienne selon laquelle tout processus de développement conserve son histoire en elle-même sous une forme sublimée (*sublated*). Hyppolite explique cette idée ainsi : chez Hegel (2018), tout concept va de l'abstrait au concret, il « s'élève à des développements de plus en plus riches, mais qui reproduisent en eux-mêmes les développements antérieurs en leur donnant une signification nouvelle » (Hyppolite, 1946, p. 66). De ce compte, comme le remarque Ilyenkov (2008, p. 208), « le problème est donc de découvrir sous quelle forme les conditions historiques de l'émergence et du développement d'un objet donné sont préservées aux stades supérieurs de son développement ». Ainsi, pour la tâche, nous avons retenu le problème de dell'Abbaco discuté ci-dessus. Comme nous l'avons vu, ce problème et sa solution font appel au concept prémoderne de temps.

Les étudiantes et étudiants ont lu d'abord un court texte que nous avons rédigé sur Paolo dell'Abbaco et son contexte historique et culturel. Cette mise en contexte est une partie importante de l'archéologie vygotskienne didactique, car elle offre un point d'ancrage à la rencontre que les étudiants et étudiantes feront avec le concept prémoderne du temps.

Cette rencontre est étudiée à travers des processus d'objectivation, c'est-à-dire ces processus sociaux, actifs, incarnés, discursifs, symboliques et matériels à travers lesquels les étudiantes et les étudiants rencontrent, remarquent et se familiarisent avec des systèmes de pensée, de réflexion et d'action culturellement et historiquement constitués. C'est la rencontre de l'Autre que l'on perçoit ou ressent comme une entité qui *objecte* – c'est-à-dire, étymologiquement parlant, quelque chose qui s'érige devant nous (Radford, 2002).[3]

Outre la tâche, l'activité d'enseignement-apprentissage comporte des formes circonstanciées de collaboration humaine. Dans notre cas, celles-ci vont au-delà d'une simple interaction instrumentale (à la Piaget) pour abonder dans une direction de rapports sociaux constitutifs des subjectivités émergentes. De là notre intérêt à la dimension corporelle et affective de l'apprentissage en tant que phénomène social, historique et culturel (Radford, 2015a).

Le contexte de l'activité d'enseignement-apprentissage que nous discuterons ci-dessous et de la prise des données correspondante est celui de la

3. C'est de cette idée de *rencontre* avec une entité qui se donne à la conscience en l'objectant (c'est-à-dire, en se manifestant comme l'autre de la conscience) que la théorie de l'objectivation prend son nom.

pandémie de covid-19. L'activité a été réalisée en deux sessions impliquant des futurs enseignants et futures enseignantes d'une faculté d'éducation italienne. Dix-sept étudiants et étudiantes d'un programme de maitrise en éducation et l'un des auteurs de cet article (George Santi) qui enseigne l'éducation mathématique dans le cadre de ce programme ont participé à l'activité. La plupart des étudiants et des étudiantes viennent d'écoles secondaires de langues ou de sciences humaines où les mathématiques ne sont pas l'une des matières principales du programme. Une fois diplômés, ils et elles reçoivent une qualification nationale pour enseigner dans les écoles primaires italiennes. Le programme de la faculté d'éducation prévoit deux cours de mathématiques et d'enseignement des mathématiques et deux laboratoires d'exercices pratiques.

L'activité d'enseignement-apprentissage décrite ici s'inscrivait dans le cadre du Laboratoire d'enseignement des mathématiques. En raison de la pandémie, l'activité n'a pas eu lieu en présentiel ; elle s'est déroulée en ligne sur la plateforme Teams. Les participants et les participantes ont été divisés en sept groupes de deux à quatre membres. Ils et elles ont commencé à résoudre les problèmes de manière autonome et l'enseignant est intervenu lorsqu'ils et elles ne pouvaient plus continuer à les résoudre. Chaque étudiant et chaque étudiante avait allumé son micro et sa caméra vidéo. L'activité et les interactions avec l'enseignant ont été réalisées selon les principes du travail conjoint (Radford, 2021) où l'enseignant et la classe travaillent de concert. Pour cet article, nous rapportons le travail du groupe de Carla et Giada (pseudonymes), car ce groupe représentait le mieux les phénomènes observés dans le laboratoire virtuel. Giada et Carla ont participé à l'activité virtuelle depuis des locaux différents.

L'activité en ligne a imposé certaines limites au recueil de données qui peuvent être enregistrées sur vidéo dans les salles de classe en face-à-face. Par exemple, l'enregistrement vidéo fourni par Teams a parfois laissé l'activité kinesthésique des participants et des participantes en dehors du cadre d'enregistrement. Néanmoins, les enregistrements vidéo étaient suffisants pour effectuer notre analyse sémiotique multimodale (Radford 2015b).

La rencontre avec le temps prémoderne

Nous avons invité les étudiantes à se pencher sur deux problèmes historiques. Dans le cadre de cet article et des contraintes éditoriales, nous discutons ici des résultats du problème de dell'Abbaco mentionné ci-dessus, qui a fait l'objet de la première séance de l'activité d'enseignement-apprentissage.

Les étudiantes ont d'abord été invitées à lire le problème de dell'Abbaco en italien ancien et en italien moderne. Ensuite, elles ont lu la solution datant du XIVe siècle citée ci-dessus. Elles ont été encouragées à en parler, à

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

exprimer leurs idées et à réfléchir à la façon dont le temps et l'espace étaient conçus, à la fois dans la formulation et dans la solution du problème. Ensuite, les étudiantes devaient formuler un problème similaire dans un contexte moderne (sans renards ni chiens) et identifier le lien avec le problème historique. Enfin, elles ont résolu leur problème à l'aide de la méthode de dell'Abbaco. Nous nous concentrons sur la solution arithmétique proposée par Carla et Giada, et sur leur réaction à la solution proposée par dell'Abbaco.

Le renard, bouge-t-il ou non ?

Les étudiantes commencent par lire et analyser le texte du problème. Elles semblent désorientées devant l'énoncé et expriment leur embarras et leur désorientation par des rires. Carla demande si le renard est immobile, car cela n'est pas précisé. Évidemment, supposer que le renard est immobile simplifierait grandement le problème. Les étudiantes commencent à réfléchir à la relation entre les pas du chien et du renard et se rendent compte que le pas du chien est plus grand que celui du renard, mais cette réflexion ne les aide pas. Les étudiantes et le professeur essaient de comprendre, à l'aide de gestes, comment le chien et le renard se déplacent. Elles en concluent que le chien ayant un pas plus long que le renard, il le rattrapera tôt ou tard. Cependant, elles ne trouvent pas de lien entre le mouvement des animaux et le nombre de pas nécessaires au chien pour atteindre le renard. Elles sont ancrées dans la dimension spatiale et, en particulier, dans le fait que la distance entre les deux animaux diminue, mais elles ne trouvent pas de lien avec le temps représenté dans le problème par la notion de pas.

L'attention de Giada se porte à nouveau sur la relation entre les pas des deux animaux :

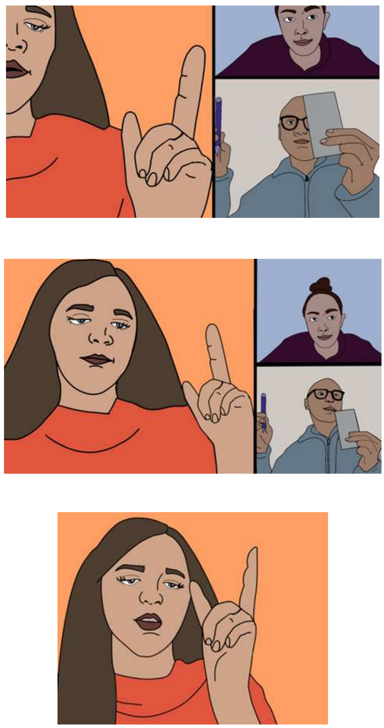
Épisode 1

1. G[4] : Nous savons qu'au début, 40 pas les séparent.
2. P : Quels 40 pas ?
3. G : Les 40 pas du renard. Nous devons voir combien de temps il lui faut pour parcourir ces 40 pas (*pause de quelques secondes*) mais pendant ce temps, le renard a avancé.
4. P : C'est ça le problème…
5. G : Et donc, après, alors, parce que nous avons, alors nous avons le… parce que comme le chien avance le renard avance (*en rythmant avec l'index le chien qui avance pendant que le professeur montre la distance entre le chien et le renard qui diminue, voir fig. 1*) ; mais il avance plus lentement

4. Dans les transcriptions, C signifie Carla, G Giada et P professeur.

donc nous pouvons essayer de voir en combien de temps le chien couvre ces 40 pas du renard, et voir avec ces pas pendant ce temps combien le renard a avancé (*pause de quelques secondes*) ; ah non, parce que pendant ce temps le renard avance… uuh !

Figure 1 : Giada bouge son doigt en rythme pour indiquer les pas du chien tandis que le professeur déplace son stylo vers le paquet de mouchoirs en papier pour représenter le chien chassant le renard.



Dans les lignes 1 et 2, l'attention de Giada passe de la distance générique entre les deux animaux à la distance en pas mesurée en utilisant le pas du renard comme unité de mesure. En même temps, Giada introduit le temps que met le chien « pour parcourir ces 40 pas » (ligne 3), ce qui a un sens abstrait et générique et peu d'importance pour la solution du problème.

Les étudiantes doivent matérialiser la notion de temps dans le travail conjoint où Giada rythme avec son index le mouvement du chien accompagné par un recours au langage (« comme le chien avance, le renard avance », ligne 5) et, en même temps, le professeur, en déplaçant les deux objets, matérialise l'idée de la diminution de la distance entre les deux animaux.

Cet extrait met en évidence une découverte précoce de l'archéologie didactique vygotskienne de la notion de temps, qui peut être retracée

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

jusqu'au geste rythmique de l'index qui introduit le temps en tant que phénomène culturel, sensorimoteur et visuel. C'est dans le processus d'objectivation qui se déroule à l'intérieur du travail conjoint du professeur et des étudiantes que l'imbrication de signes et d'artéfacts permet une saisie théoricosensible du temps comme « quelque chose qui se produit encore et encore de manière régulière » (Feynman, 1963, p. 5-1). En prenant le terme contrepoint comme la combinaison de différentes parties dans un tout harmonieux, nous pouvons dire que le temps se montre comme contrepoint d'évènements qui réapparaissent : la répétition du phénomène régulier et les pas simultanés des deux animaux, reconnaissables respectivement dans l'activité kinesthésique de Giada et du professeur (l'index de Giada qui bouge en rythme, voir fig. 1) et l'expression de Giada « comme le chien avance le renard avance » (ligne 5). Cependant, les étudiantes ne font pas le lien entre le changement de distance entre les deux animaux et le phénomène régulier qu'elles viennent d'identifier : c'est ce que souligne Giada lorsqu'elle dit « et non parce que pendant ce temps le renard avance… euh ! ».

Épisode 2

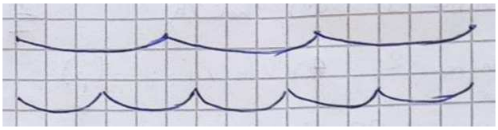
Carla revient sur la dimension spatiale du déplacement des deux animaux :

6. C : Je pensais commencer par voir combien de pas le chien fait pour faire les 40 pas du renard (*les étudiantes continuent à réfléchir, mais ne peuvent pas aller plus loin*).
7. P : (*Reprenant les gestes de l'épisode précédent*). On peut donc dire que la distance est de 40 (*en montrant la distance initiale entre les deux animaux avec vos mains*), n'est-ce pas ?
8. C & G : Oui, c'est ça.
9. P : (*Reprenant les gestes de l'épisode précédent*). Après un pas, le chien est allé un peu plus loin et le renard est allé un peu plus loin. Il y a maintenant une nouvelle distance. Comment trouver cette nouvelle distance ?
10. G : OK… le chien et le renard, donc…
11. P : Après un pas, où est le renard et où est le chien ?
12. G : Oui, mais combien représente un pas ?
13. P : Alors…
14. G : Je dois donc voir combien vaut un pas du chien par rapport à un pas du renard.
15. C : J'ai essayé de faire le multiple des deux nombres en utilisant les carrés du cahier. Le chien avance de 5 carrés pour chaque pas qu'il fait, alors que le renard avance de 3 carrés (*voir fig. 2*).
16. P : Vous avez donc représenté le fait que 3 pas du chien valent 5 du

renard, mais comment puis-je exprimer le pas du chien comme un pas du renard ?

17. G : Ahah ! Faisons une proportion.

Figure 2 : Carla dessine les pas du chien et du renard dans son cahier, en soulignant la relation entre les pas des animaux à l'aide des carrés.



Les étudiantes écrivent alors la proportion 3 : 5 = 1 : x et arrivent à la conclusion que le pas d'un chien mesure 5/3 du pas du renard. Sur le chemin de la résolution du problème, elles ajoutent une autre découverte de l'archéologie didactique vygotskienne du concept de temps. Ayant réalisé que chaque mouvement rythmique de l'index de Giada marque le *mouvement simultané* du chien et du renard, elles peuvent maintenant quantifier le mouvement du chien par rapport à celui du renard. Les étudiantes n'ont plus à gérer que deux variables de contrepoint, « le pas de temps » correspondant à la répétition rythmique du déplacement de l'index de Giada (voir fig. 1) et « le pas d'espace » correspondant au déplacement des deux animaux (voir fig. 2).

Épisode 3

À ce stade, l'enseignant reprend le déplacement des deux objets pour matérialiser le déplacement des deux animaux (voir fig. 3) et les étudiantes suivent en disant 5/3 pour le chien et 1 pour le renard. Les étudiantes comprennent maintenant de combien les deux animaux se déplacent (en mesurant le déplacement en pas de renard) à chaque « pas de temps », celui du mouvement de l'index de Giada sur la figure 1.

18. G : 5/3, 1 … euh !
19. P : Après que chacun ait fait son pas…
20. G : Le renard avance et arrive à 41, le chien avance et arrive à 1, … (*en prononçant les deux nombres en rythme, les deux index se rapprochent pour montrer que la distance entre les deux animaux diminue, voir fig. 3*).
21. P : (*corrige Giada*) 5/3.
22. G : C'est ça, 5/3, puis 5/3 et puis 41 (*elle prononce à nouveau les deux nombres en rythme, les deux index se rapprochent pour montrer que la distance entre les deux animaux se réduit, voir fig. 3*)
23. P : Quelle est la nouvelle distance entre le chien et le renard ?
24. G : (*En écrivant sur le cahier d'exercices, voir fig. 4*), je dois faire, mmm… une soustraction me vient à l'esprit, mais je ne suis pas convaincue.

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

25. P : Moi non plus.
26. C : Moi non plus.
27. G : Oui, c'est vrai, 41-5/3 ; oui, c'est logique.

Figure 3 : Giada et le professeur bougent leurs doigts en rythme pour montrer que la distance entre les deux animaux diminue à chaque « espace-temps ».

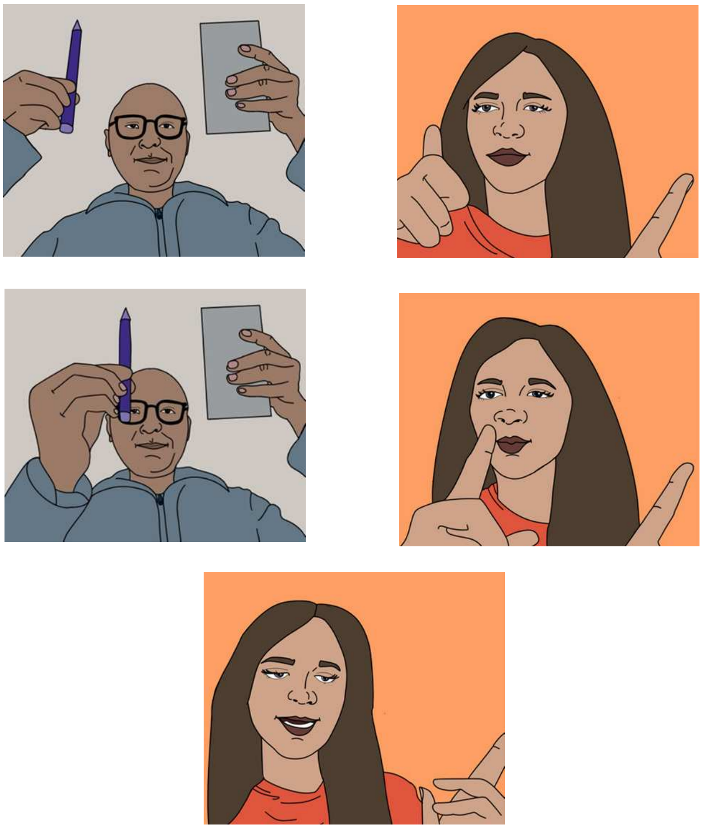
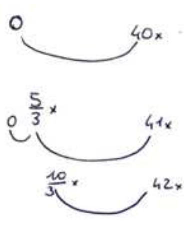


Figure 4 : Giada dessine sur le cahier la distance entre les deux animaux au départ, après 1 pas et après 2 pas.



Carla et Giada font les calculs et concluent que la nouvelle distance est de 118/3.

Épisode 4

Elles sont maintenant en mesure de calculer après combien de pas le chien atteint le renard.

28. C : Après un pas, la distance a été réduite de 40 - 118/3 = 2/3.
29. G : Nous aurions pu faire 5/3 - 1 directement.
30. P : C'est vrai.
31. G : Nous devons déterminer à quel moment ils arrivent… 40 : Mais le renard est allé de l'avant (*perplexe*).
32. P : Et alors ?
33. G : Oui oui, d'accord (*reprend le geste de la fig. 3*).
34. C : 40 :2/3, ce qui fait 60.

Dans les épisodes 1 et 2, le temps s'est d'abord matérialisé dans l'interaction rythmique entre les gestes (le mouvement du doigt de Giada, fig. 1) cadencée par les mots « parce que comme le chien avance, le renard avance » (ligne 5). Le temps apparait comme un contrepoint liant le déplacement rythmique du doigt (« pas de temps ») et le déplacement des animaux (« pas d'espace »). Les étudiantes ont mesuré (en pas de renard) le mouvement simultané des deux animaux et ont constaté qu'un pas de chien équivaut à 5/3 d'un pas de renard (épisode 2). Dans l'épisode 3, les étudiantes prennent conscience qualitativement de la diminution de la distance initiale entre les deux animaux au fur et à mesure que le « pas de temps » s'écoule, avec les gestes de la figure 3 rythmés par l'expression « Le renard avance et arrive à 41, le chien avance et arrive à 1 » (ligne 20) et « puis 5/3 et puis 41 » (ligne 22). Elles ont ensuite interrompu le « pas de temps » afin de mesurer la réduction de la distance (2/3 du pas du renard) entre les « pas d'espace » des deux animaux.

Dans le dernier épisode (épisode 4), elles ont relancé le « pas de temps » qui n'était plus corrélé au mouvement simultané des deux animaux, mais à un nouveau « pas d'espace » correspondant à la diminution (2/3) de la distance entre les deux animaux pour chaque « pas de temps ».

À ce stade, les étudiantes ont compté combien de ces nouveaux « pas d'espace » étaient nécessaires pour couvrir les 40 pas initiaux. Ceux-ci correspondent à 40 divisé par 2/3, soit 60, et coïncident avec les « pas de temps », en vertu de la simultanéité entre les deux types de pas que les étudiantes ont matérialisée à travers une articulation de mots et de gestes (fig. 1 et ligne 5 ; fig. 3 et ligne 22).

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

Analyse de la solution de Paolo dell'Abbaco et de la solution algébrique

Les étudiantes et le professeur ont analysé ensemble la solution au problème de Paolo dell'Abbaco. Le professeur a fourni la solution, traduite de l'italien ancien à l'italien moderne.

Carla et Giada affirment que le raisonnement de Paolo dell'Abbaco est similaire au leur. Elles reconnaissent immédiatement la signification de la première proportion qui a la même structure que celle qu'elles avaient identifiée, à la différence que le deuxième rapport est 5/x au lieu de 1/x, pour trouver que 5 pas du chien sont 25/3 de pas du renard.

Le professeur attire l'attention sur le passage suivant de la solution d'Abbaco :

> Maintenant vous pouvez dire : tous les 5 pas du chien sont 8 et 1/3 de ceux du renard, donc vous y arrivez par 3 et 1/3.

Les étudiantes, considérant l'observation de Giada à la ligne 29, vérifient immédiatement que 25/3 – 5 = 10/3 (pas de renard), ce qui équivaut à la diminution de la distance entre le chien et le renard après 5 pas (« le pas de temps »). Elles reconnaissent également qu'elles auraient obtenu le même résultat en raisonnant sur la différence entre la distance initiale entre les deux animaux et la distance après 5 pas, stratégie qu'elles ont suivie pour résoudre le problème. Après avoir identifié de combien la distance entre les deux animaux diminue en 5 « pas de temps », elles remarquent que dell'Abbaco utilise une autre proportion pour calculer après combien de « pas de temps » le chien atteint le renard, alors qu'elles, en se concentrant sur 1 pas, ont calculé ces pas en effectuant la division 40 divisé par 2/3.

Les étudiantes ont facilement compris le raisonnement de Paolo dell'Abbaco en attribuant une signification temporelle ou spatiale au terme « pas », comme l'exigeaient les différentes étapes de la résolution du problème.

En suivant l'invitation du professeur, les étudiantes ont résolu le problème de manière algébrique.

Épisode 5

35. C : J'ai d'abord voulu le refaire de façon algébrique, en prenant x pour le pas du chien et 5/3x pour le pas du renard, mais je n'ai pas pu arriver à l'équation.

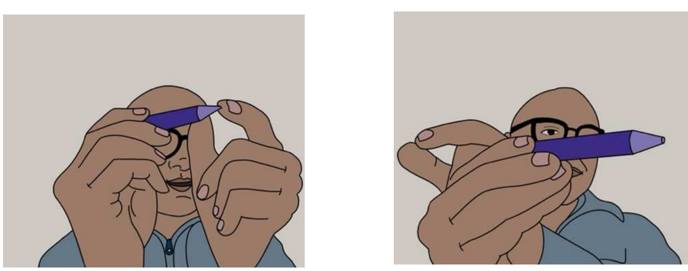
Les étudiantes ne savent pas à quelle quantité physique attribuer l'inconnue. Le professeur suggère de raisonner en termes de distance par rapport à un point de repère et de considérer le point où le renard atteint le chien comme le point où le chien et le renard se trouvent exactement à la même distance d'un point de repère identifié.

36. G : Aha (*souriant mais incapable de continuer*).
37. C : Je ne sais pas, peut-être que 40x = 41x + 5/3x.
38. P : 40x est…
39. C : 40x qui est le point initial.
40. P : Le point initial de quoi ?
41. C : Du renard.
42. P : Le point initial du chien est plutôt…
43. C & G : Zéro.
44. P : Après 1 pas ou n pas, où sera le chien ?

Carla et Giada ne peuvent plus continuer. Le professeur souhaite mettre en évidence la relation fonctionnelle entre la position du chien et les « pas de temps ». Le professeur a recours à un stylo pour indiquer les différentes positions du chien en tant que distances par rapport à sa position initiale, prise comme point de référence.

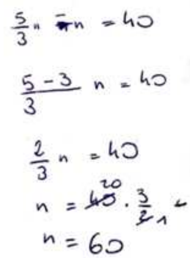
45. P : Après n pas le chien aura (*en indiquant le mouvement du chien sur le stylo avec les doigts, voir fig. 5*) …Sachant que chaque pas du renard est de…
46. C & G : 5/3 pas du renard.
47. P : Après 1 pas, après 2 pas, après n pas vous aurez n*5/3 depuis l'origine (*en bougeant rythmiquement les doigts sur le stylo en indiquant le pas du chien, voir fig. 5*).
48. G : OK.
49. P : Et le renard, après un pas, après deux pas, … (*en déplaçant rythmiquement les doigts sur le stylo pour indiquer le pas du renard, voir fig. 5*).
50. G : (*simultanément*) 42, 43, …
51. P : En général, comment dit-on… ?
52. C : 40 + n
53. G : Ah, bien sûr !

Figure 5 : Le professeur montre que la position des animaux dépend du temps en déplaçant rythmiquement les doigts le long du stylo. L'ouverture des doigts indique le pas du chien, lequel s'éloigne du point de référence à chaque pas de temps.



Carla et Giada développent l'équation 5/3n = 40 + n, qu'elles résolvent facilement comme le montre la figure 6.

Figure 6 : Résolution de l'équation par Giada.



La résolution algébrique du problème de Paolo dell'Abbaco n'était pas facile à construire à partir de la solution arithmétique précédente. Nous rappelons que le problème ne fait pas de référence explicite au temps et que pour écrire une équation, la position des animaux (en tant que distance par rapport à un point de référence) en fonction du temps doit apparaitre dans les deux membres de l'égalité. Dans la solution arithmétique, les étudiantes ont pensé à « remplir » la distance initiale entre les deux animaux avec un certain nombre de « pas d'espace » cadencés par le contrepoint avec le « pas de temps » qu'elles avaient actualisé avec le langage naturel du nœud gestuel (voir les fig. 1 et 3).

Dans la solution algébrique, deux fonctions doivent être traitées, celle qui relie le pas du chien au pas du renard (3 pas du chien équivalent à 5 du renard) et celle qui relie la position des deux animaux au temps. Cette approche peut s'inscrire dans la conception moderne et scientifique du mouvement basée sur la variation de la position en fonction du temps. Sans la variable temps, explicitement comprise comme une grandeur physique avec son unité de mesure, la solution algébrique est inaccessible à Carla et Giada.

L'épisode 5 montre comment, dans l'activité d'enseignement-apprentissage, l'archéologie didactique vygotskienne a permis de mettre au jour les formes historiques à partir desquelles est née et s'est développée la conception moderne du mouvement et du temps. Cette mise à jour rend possible un processus d'objectivation à travers lequel, dans la résolution arithmétique du problème, les étudiantes parviennent à saisir le temps comme un contrepoint d'évènements récurrents (« le pas de temps ») qui rythment le remplissage de la distance entre les deux animaux par l'entremise de « pas d'espace ». Dans la résolution algébrique, le « pas de temps » prend le sens d'une variable dans la fonction position-temps. La notion moderne de mouvement a été réactualisée dans le processus d'objectivation d'abord au niveau sensorimoteur, le mouvement des doigts le long du stylo marquant la position de l'animal en fonction du temps (lignes 47 et 49, fig. 5). Par la suite, à un niveau de généralisation plus importante, le temps a été pensé et conçu à un niveau symbolique, comme l'inconnue n, dans l'équation dont les membres comprennent les positions des animaux en fonction du temps. Nous constatons que le temps n'est pas encore compris au sens moderne scientifique avec son unité de mesure (seconde, minute, heure) mais avec une unité de mesure contextuelle que nous avons appelée « pas de temps ».

Carla et Giada répondent à quelques questions

Le protocole de recherche consistait à répondre aux questions suivantes : Comment le temps et l'espace sont-ils pris en compte dans la formulation et la résolution du problème du chien et du renard (par exemple, comment le temps, l'espace et la relation entre les deux sont-ils conçus et évoqués ? Quel est leur rôle ?)

Épisode 6

54. G : L'espace, oui, [*il est pris en compte*] parce que tout c'est des pas et il y a une distance. Le temps devient le nombre de pas. Il n'y a pas de temps. Du temps, Il y en a et il n'y en a pas. Pour faire un certain nombre de pas, il faut un certain temps.
55. P : Utilisez-vous le temps quelque part ou non ?
56. G : Oui, mais pas explicitement. Pour atteindre le renard, le chien prend du temps. Il faut du temps pour atteindre le renard. Carla va…
57. C : À mon avis aussi, dans la solution, il est dit : il atteindra le renard, ce qui implique du temps.
58. P : D'un point de vue opérationnel, comment l'utilisez-vous ou pourriez-vous vous en passer ?
59. C : À mon avis, c'est implicite et vous n'avez pas besoin de savoir combien de temps il lui faut pour résoudre ce problème.
60. P : Comment ne pas l'utiliser explicitement ?
61. G : En utilisant… en faisant le lien… à mon avis avec les pas, le temps est remplacé par les pas.
62. P : Les pas, c'est quoi ? L'espace ou le temps ?
63. C : Les deux. Lorsqu'ils font des pas, les enfants savent qu'ils prennent de l'espace et du temps. Par pas, nous entendons à la fois l'espace qu'ils parcourent et le temps qu'il leur faut pour le parcourir.
64. P : Quand dell'Abbaco dit que 5 pas du chien sont 25/3 du renard, les pas signifient l'espace mais comptent aussi le temps, implicitement.
65. C & G : Exactement.

Ce dialogue montre que Carla et Giada sont parvenues à identifier dans la solution de Paolo dell'Abbaco la double signification du terme « pas », en tant

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

qu'espace et en tant que compteur de temps. À la ligne 55, Giada affirme que « le temps devient le nombre de pas ». Le nombre de pas se réfère au temps comme contrepoint des phénomènes qui se répètent, dans lesquels les « pas d'espace » sont explicites, mais les « pas de temps » sont implicites parce que, comme le dit Giada, « avec les pas, le temps est remplacé par des pas ».

Einstein écrit :

> Si nous voulons décrire le mouvement d'un point matériel, nous donnons les valeurs de ses coordonnées comme fonctions du temps. Nous devons garder à l'esprit qu'une description mathématique de ce type n'a aucune signification physique à moins que nous ne soyons tout à fait clairs sur ce que nous entendons par « temps ». Nous devons tenir compte du fait que tous nos jugements dans lesquels le temps joue un rôle sont toujours des jugements d'*évènements simultanés*. Si, par exemple, je dis : « Ce train arrive ici à 7 heures », je veux dire quelque chose comme ceci : « L'indication de la petite aiguille de ma montre sur 7 heures et l'arrivée du train sont des évènements simultanés ». (Einstein, 1923, p. 86, souligné dans l'original)

Le temps est, selon Einstein, lié à l'espace. C'est cette coïncidence entre la position de l'aiguille de l'horloge et celle des deux animaux que dell'Abbaco utilise quand il fait référence au terme « pas » dans un sens spatial et temporel. Pour résoudre le problème, Carla et Giada ont dû rendre explicite la coïncidence entre l'aiguille et la position des animaux à l'aide d'une articulation de mots et de gestes (voir fig. 1). Lorsque Carla affirme que « par pas, nous entendons à la fois l'espace parcouru et le temps nécessaire pour le parcourir » (ligne 64), elle fait référence à cette simultanéité de la position des animaux après un pas animal avec ce que nous avons appelé le « pas temporel ».

Le problème de Carla et Giada

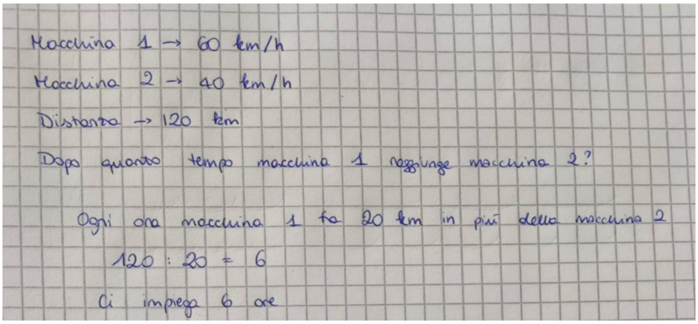
Carla et Giada sont invitées à poser un problème similaire à celui de Paolo dell'Abbaco, dans un contexte contemporain, et à identifier le lien avec le problème du chien et du renard. Elles résolvent ensuite le problème en utilisant la méthode de Paolo dell'Abbaco.

Après avoir discuté des moyens de transport et des unités à utiliser, en choisissant des nombres qui facilitent les calculs, les étudiantes formulent le problème suivant :

> Nous avons donc une voiture 1 qui roule à 60 km/h, une voiture 2 qui roule à 40 km/h et la distance entre les deux est de 120 km. Après combien d'heures la voiture 1 atteint-elle la voiture 2 ?

66. G : Nous résolvons le problème de la même manière que précédemment. Celui-ci comprend déjà l'unité de mesure. C'est donc 6 heures.
67. C : Oui, 6 heures (*voir fig. 7*).

Figure 7 : La résolution du problème de la course-poursuite des voitures par Carla.



Les étudiantes résolvent maintenant le problème en utilisant la méthode de Paolo dell'Abbaco.

68. G : Ahah !
69. C : Reprenons la solution : si 40 vaut 60, que vaut 60 ? Donc 60*60/40…
70. G : Il faut mettre en relation les deux nombres initiaux. Si on enlève les heures, il faut trouver un moyen de relier les… (*inaudible*)… Donc [les voitures] sont à 120 [km l'une de l'autre]. Pendant que la voiture 2 fait 40 km, la voiture 1 fait 60.
71. P : OK.
72. G : Pourquoi ne pas laisser les km. En fait, c'est comme tout à l'heure, pendant que le chien faisait ses 3 pas, le renard en faisait 5 (*en bougeant ses doigts de façon synchronisée, voir fig. 8*). C'est la même chose ici. La voiture 1 avance de 60 km et la voiture 2 avance de 40 (*en bougeant les doigts de façon synchronisée, voir fig. 8*).
73. P : Comment résolvez-vous le problème ?
74. G : Comment puis-je le résoudre ?
75. P : Vous avez besoin d'une référence spatiale. D'abord, c'était le pas du renard, maintenant ?
76. G : Maintenant la voiture 2.
77. C : La voiture 1 est 3/2 de la voiture 2.
78. G : La différence est donc de 1/2 (*la différence 3/2 - 1 = 1/2 étant la diminution de la distance entre les deux voitures dans un « pas de temps », correspondant à un des mouvements rythmiques des doigts de Giada, voir fig. 8*). Donc à chaque fois, la voiture 1 « mange » (*une métaphore pour dire « réduit »*) la moitié de la distance entre les deux voitures. Au total, la distance est de 3 (*le déplacement de la machine 2 en une heure, 40km, est l'unité de mesure spatiale ; donc, 40 km*3 = 120*) et elle l'atteint en 6, 6 heures.
79. C : C'est 3p : 1/2p (*voir fig. 9*)

 doi.org/10.3917/raised.029.0087

Figure 8 : Giada bouge ses doigts en rythme pour indiquer que les voitures avancent simultanément.

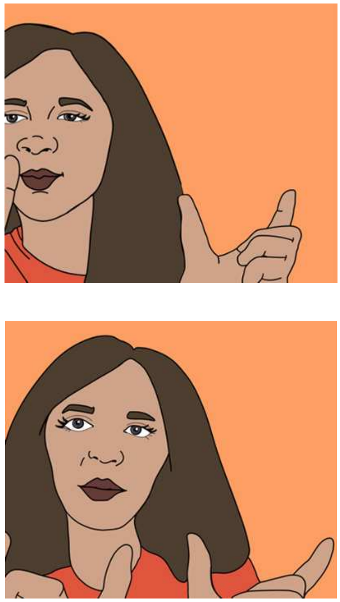
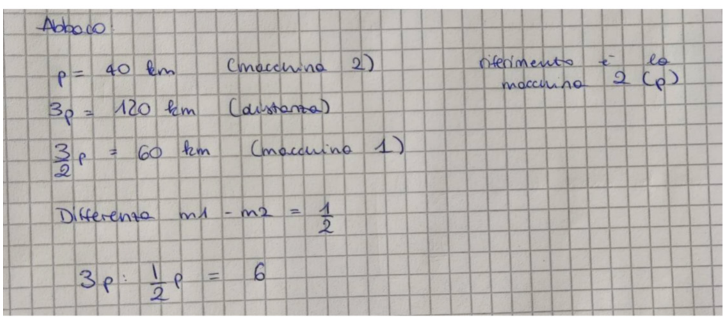


Figure 9 : La résolution d'un problème moderne à la manière de la Renaissance.



En guise de conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une archéologie didactique vygotskienne autour du concept de temps. Cette archéologie se présente comme composante organisatrice du contenu de l'activité d'enseignement-apprentissage qui vise à mettre en évidence la manière dont le temps était conçu avant sa formulation scientifique contemporaine.

En effet, dans l'activité d'enseignement-apprentissage, nous avons pu voir comment l'archéologie didactique vygotskienne a permis aux étudiantes de retracer les formes du concept de temps sédimentées dans l'archétype moderne de temps. Ces formes sédimentées ont été matérialisées dans les gestes de Giada (fig. 8) cadencés par l'expression « En fait, c'est comme tout à l'heure, pendant que le chien faisait ses 3 pas, le renard en faisait 5. C'est la même chose ici. La voiture 1 avance de 60 km et la voiture 2 avance de 40 » (ligne 73). Au lieu du terme « pas », Giada utilise le terme « pendant » et le terme « et » pour exprimer la simultanéité. Après avoir réintroduit l'aiguille de l'horloge avec les gestes de la figure 8, Carla et Giada comptent combien de « pendant » il faut pour « manger » (mangiare) (ligne 78) les 120 km qui séparent les deux voitures et réalisent instantanément que les 6 « pendant » correspondent à 6 heures.

L'archéologie vygotskienne offre également aux étudiants et aux étudiantes l'occasion de s'insérer dans le contexte culturel de dell'Abbaco et de voir que l'objet pensé et la pensée qui pense l'objet se renforcent mutuellement. L'objet pensé (le temps, dans notre exemple) renvoie à un contexte historicoculturel précis dans lequel les individus vivent, pensent, ressentent et éprouvent le temps d'une manière tout à fait différente de celle qui sert aujourd'hui à organiser nos vies, depuis l'alarme qui nous réveille le matin jusqu'aux alarmes qui nous rappellent quotidiennement de courir à une rencontre ou de passer à l'épicerie. Objet et sujet sont ainsi interpénétrés par une dialectique qui ancre l'histoire et la culture dans le devenir du savoir et de l'être (Radford, 2021).

Remerciements

Cet article est un résultat d'un programme de recherche subventionné par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada / Social Sciences and Humanities Research Council of Canada (CRSH / SSHRC). Nous tenons à remercier l'équipe éditoriale ainsi que les experts et les expertes pour leurs remarques.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Alcuin (2005). *Giochi matematici alla corte di Carlomagno. Problemi per rendere acuta la mente dei giovani* (trad. par R. Franci). Edizioni ETS.

Arrighi, G. (1964). Paolo dell'Abbaco : Trattato d'Aritmetica. Domus Galileana.

Barbin, E. (2022). On the role and scope of historical knowledge in using the history of mathematics in education. *ZDM – Mathematics Education*, *54*(7), 1597–1611. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01410-1

Brousseau, G. (1989). *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques*. In N. Bednarz & C. Garnier (Éds.), Construction des savoirs, obstacles et conflits (pp. 41-64). Agence d'Arc.

Einstein, A. (1923). *The principles of relativity* (trad. par W. Perrett & G.B. Jeffery). Methuen and Company.

Epstein, S. A. (1988). Business cycles and the sense of time in Medieval Genoa. *The Business Review*, *62*(2), 238-260.

Feynman, R. (1963). *The Feynman lectures on physics* (Vol. 1). Addison Wesley.

Glaeser, G. (1981). Épistémologie des nombres relatifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, *2*(3), 303-346.

Guillemette, D., & Radford, L. (2022). History of mathematics in the context of mathematics teachers' education : a dialogical/ethical perspective. *ZDM – Mathematics Education*, *54*(7), 1493-1505. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01437-4

Hegel, G. (2018). *Phénoménologie de l'esprit* (trad. par B. Bourgeois). Vrin.

Heidegger, M. (2001). *Zollikon seminars*. Northwestern University Press.

Hyppolite, J. (1946). *Genèse et structure de la phénoménologie de l'esprit de Hegel*. Aubier.

Ilyenkov, E. (2008). *The dialectics of the abstract and the concrete in Marx's capital*. Aakar Books.

Le Goff, J. (1986). *Marchands et banquiers du Moyen Âge*. Presses universitaires de France.

Le Goff, J. (2013). *Pour un autre Moyen Âge. Temps, travail et culture en occident*. Gallimard.

Piaget, J., & Garcia, R. (1989). *Psychogenesis and the history of science*. Columbia University Press.

Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, *22*(2), 14-23.

Radford, L. (2015a). Of love, frustration, and mathematics : a cultural-historical approach to emotions in mathematics teaching and learning. In B. Pepin & B. Roesken-Winter (Éds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education* (pp. 25-49). Springer.

Radford, L. (2015b). Methodological aspects of the theory of objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, *8*, 547-567.

Radford, L. (2021). *The theory of objectification. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning*. Brill. https://doi.org/10.1163/9789004459663

Radford, L., & Santi, G. (2022). Learning as a critical encounter with the other : Prospective teachers conversing with the history of mathematics. *ZDM – Mathematics Education*, *54*, 1479-1492. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01393-z

Vygotsky, L. S. (1997). Collected works (Vol. 4). Plenum Press.

Vygotski, L. (2019). *Pensée et langage* (trad. par F. Sève). La Dispute.

Notices biographiques

Luis Radford est titulaire d'un doctorat en didactique des mathématiques de l'Université de Strasbourg. Il est actuellement professeur émérite à l'Université Laurentienne au Canada et professeur invité à l'Universidade Federal do Rio Grande do Norte au Brésil. Ses recherches portent sur le développement de la pensée algébrique, la relation entre pensée, être et culture, l'épistémologie des mathématiques et la sémiotique. Il travaille actuellement sur l'élaboration d'une théorie historico-culturelle de l'enseignement et de l'apprentissage : la théorie de l'objectivation.

COURRIEL : LRADFORD@LAURENTIAN.CA

ORCID : HTTPS://ORCID.ORG/0000-0001-6062-0605

George Santi est titulaire d'un diplôme de physique de l'Université de Milan et d'un diplôme d'enseignement en mathématiques, physique et éducation spéciale de l'Université de Bologne. Il a obtenu un master en mathématiques et didactique à l'Université de Bologne et un doctorat en histoire et en didactique des mathématiques à l'Université de Palerme. Il est professeur associé au département de mathématiques de l'Université de Pavie. Ses recherches portent sur le rôle de la sémiotique dans la pensée et le processus d'enseignement-apprentissage des mathématiques.

COURRIEL : GEORGE.SANTI@UNIPV.IT

ORCID : HTTPS://ORCID.ORG/0000-0002-5898-4538